Dzień dobry,

drodzy słuchacze semestru IVa LO,

poniżej tematy z matematyki zaplanowane na 20 i 21.02.2021r.

1. Granica niewłaściwa ciągu.
2. Obliczanie granic ciągów.
3. Szereg geometryczny.
4. Granica funkcji w punkcie.
5. Obliczanie granic.
6. Obliczanie granic – ciąg dalszy.

Ad. 1

Ciąg, który nie ma granicy to ciąg rozbieżny. Ciągi mogą być rozbieżne do -∞ oraz do ∞.

Ciąg jest rozbieżny do ∞ jeśli dla każdej liczby M istnieje liczba naturalna k taka, że dla wszystkich n>k zachodzi nierówność an >M. Taki ciąg ma granicę niewłaściwą ∞, co piszemy: lim an = ∞ np. lim n2 = ∞.

 n→∞  n→∞

Ciąg jest rozbieżny do -∞ jeśli dla każdej liczby M istnieje liczba naturalna k taka, że dla wszystkich n>k zachodzi nierówność an < M. Taki ciąg ma granicę niewłaściwą -∞, co piszemy: lim an = -∞ np. lim –n3 = -∞.

 n→∞  n→∞

Proszę wykonać zadanie 1 str. 240

Ad 2. Jeżeli ciągi (an) i (bn) są zbieżne oraz lim an = a, lim bn = b, to:

 n→∞ n→∞

1. lim c\*an=c\*a c należy do R

 n→∞

2. lim (an+ bn) = lim an+ lim bn=a+b granica sumy ciągów

 n→∞ n→∞ n→∞

3. lim (an- bn) = lim an- lim bn=a-b granica różnicy ciągów

 n→∞ n→∞ n→∞

4. lim (an\* bn) = lim an\* lim bn=a\*b granica iloczynu ciągów

 n→∞ n→∞ n→∞

5. lim (an/bn) = a/b, gdy b≠0 i bn ≠0 dla n należącego do N+ granica ilorazu ciągów

 n→∞

Przykład:

 lim5n2+3n-1/n2= lim (5+3/n-1/n2)=5+ lim3/n-lim1/n2=5+0-0=5

 n→∞ n→∞ n→∞ n→∞

Proszę przeanalizować pozostałe przykłady ze str.241,242 i rozwiązać zadanie 1 str.242

Ad. 3

Wyrażenie a1+a1q+a1q2+a1q3+… nazywamy szeregiem geometrycznym o wyrazach: a1, a1q, a1q2, a1q3,… i ilorazie q.

Szereg geometryczny o ilorazie q należącym do przedziału (-1;1) jest zbieżny. Jeżeli a1 jest pierwszym wyrazem szeregu, to suma szeregu wyraża się wzorem:

S= a1/1-q

Szereg geometryczny o pierwszym wyrazie a1≠0 i ilorazie q jest zbieżny, gdy /q/<1 i rozbieżny, gdy /q/>1. /q/ – wartość bezwzględna q

Przykład:

Oblicz sumę szeregu geometrycznego 3+3/5+3/25+3/125+…

Mamy a1 = 3, q=1/5 q należy do przedziału (-1;1) zatem suma S= a1/1-q = 3/(1-1/5) = 15/4 = 3 i ¾

Ad. 4

Granica funkcji jest jednym z podstawowych pojęć matematyki. Przez stwierdzenie, że „liczba g jest granicą funkcji f w punkcie x0” rozumiemy, że wartość funkcji f „zbliża się” do g, gdy x „zbliża się” do x0. Piszemy wówczas:

 lim f(x) = g lub f(x)→g przy x→x0

x→x0

Liczba g jest granicą funkcji f w punkcie x0 lim f(x) = g , jeśli dla każdego ciągu xn

 x→x0

zbieżnego do x0 o wyrazach należących do dziedziny funkcji f i różnych od x0, ciąg f(xn) jest zbieżny do g.

Przykład:

Dana jest funkcja f(x) = x2+5. Uzasadnij, że lim f(x) = 9

 x→2

 lim xn =2

n→∞

lim fxn = lim (x2n+5) = lim (xn\*xn+5) = 2\*2+5=9.

n→∞ n→∞ n→∞

Zatem zgodnie z definicją: lim f(x) = 9.

 x→2

Wykonaj ćwiczenie 1 str. 261

Ad. 5 i 6

Granica sumy jest równa sumie granic.

Stałą można wyłączyć przed granicę.

Granica iloczynu jest równa iloczynowi granic.

Granica ilorazu jest równa ilorazowi granic.

Przykład:

lim (2x2+5) = lim 2x2 + lim 5 = 2\*lim x2 +5 = 2\* lim x \* lim x +5 = 2\*3\*3+5=23.

x→3 x→3 x→3 x→3 x→3 x→3

Zauważ, że dla funkcji f(x) = 2x2 +5 mamy f(3) = 2\*32+5 = 23, czyli lim (2x2+5) = f(3)

Jeżeli funkcja jest f jest wielomianem, to lim f(x) = f(x0)

 x→x0

Jeżeli f(x) = w(x)/v(x) jest funkcją wymierną, gdzie w, v są wielomianami, oraz v(x0) ≠0, to lim w(x)/v(x) = w(x0)/v(x0).

 x→x0

Granica z pierwiastka funkcji f przy x→x0 równa się pierwiastkowi granicy funkcji przy x→x0

Drodzy Państwo, proszę przeanalizować powyższy temat, przykłady zawarte w podręczniku str. 260-266 oraz rozwiązać zadanie1,2,5 str. 266. (dla chętnych pozostałe zadania).